

南京理工大学

2019 年硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 843 科目名称: 量子力学 满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一 简答题 (每题 5 分, 共 60 分)

(1) 用球坐标表示, 当氢原子处于 ψ_{nlm} 态时, 写出电子在 (r, θ, φ) 点周围的体积元 $d\tau$ 中的概率; 在半径 $r \sim r+dr$ 的球壳内找到电子的几率。

(2) 写出动量算符 \hat{p} 本征值方程, 本征函数, 及其正交归一化性质。

(3) 什么是厄米矩阵? 算符在其自身表象中的表示形式有什么特点?

(4) 写出坐标本征矢 $|x\rangle$ 的封闭性。

(5) 若厄密算符 \hat{F} 的本征方程为 $\hat{F}\phi_n(x) = \lambda_n\phi_n(x)$, 当体系处于

$\psi(x) = \sum_n c_n \phi_n(x)$ 所描写的状态时, 测量力学量 F 有什么特点?

(6) 不同表象之间的变换是一种什么变换? 在不同表象中不变的量有哪些?

(7) 一组算符具有组成完全系的共同本征函数的充要条件是什么?

(8) 若两算符 \hat{F}, \hat{G} 的对易关系为 $[\hat{F}, \hat{G}] = i\hat{k}$, 则 \hat{F} 和 \hat{G} 不确定关系是什么?

(9) 写出一维谐振子能级表达式。写出一维谐振子正交归一化性质。

(10) 叙述泡利原理。

(11) 写出德布罗意公式。指出质量为 μ_1, μ_2 的两粒子, 若德布罗意波长同为 λ ,

则它们的动量比 $p_1 : p_2$ 和能量比 $E_1 : E_2$ 各为多少?

(12) 写出玻色子和费密子的特点。

二 证明题 (10 分)

证明 $\frac{1}{2}(\hat{x}\hat{p}_x + \hat{p}_x\hat{x})$ 为厄密算符。

三 计算题 (15 分)

设体系处于 $\psi = c_1 Y_{11} + c_2 Y_{20}$ 态, c_1, c_2 为常数, 已经归一化, 求

(1) \hat{l}_z 的可能测值及其平均值;

(2) \hat{l}^2 的可能测值及相应的几率。

四 计算题 (15 分)

氢原子处在基态 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$, 求在此态中: r 的平均值; 势能 $U = -\frac{e^2}{r}$

的平均值。附: $\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$

五 计算题 (15 分)

求在动量表象中角动量 $\hat{L}_x = y\hat{p}_z - z\hat{p}_y$ 的矩阵元。

六 计算题 (15 分)

设一质量为 m 的粒子在一维无限深势阱 ($0 \leq x \leq a$) 中运动,

(1) 写出此势阱中粒子的能量本征值及本征态;

(2) 求处于基态时, 粒子的德布罗意波长;

(3) 求处于第一激发态时, 粒子出现概率最大位置;

(4) 若 $t=0$ 初态波函数为 $\psi(x, 0) = \sqrt{\frac{8}{5a}} (1 + \cos \frac{\pi x}{a}) \sin \frac{\pi x}{a}$,

求出体系在 $t=0$ 时的能量平均值。

七 计算题 (20 分)

关于电子自旋 (1) 写出泡利矩阵 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$; (2) 求 σ_x 的本征态和本征值;

(3) 写出从 σ_z 表象 $\rightarrow \sigma_x$ 表象的变换矩阵, 并将 σ_x 对角化。