

南京理工大学

2021 年硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 843

科目名称: 量子力学

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、简答题 (每题 5 分, 共 60 分)

- 1、写出德布罗意关系。有质量不同的两粒子, 如果德布罗意波长相同, 那么它们的动量和能量相同吗?
- 2、当氢原子处于 $\psi_{nlm} = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$ 态时, 写出在 (r, θ, φ) 附近的体积元 $d\tau$ 中找到电子的几率; 写出在半径 $r \sim r + dr$ 的球壳内找到电子的几率。
- 3、与自由粒子相联系的波是什么波? 坐标和动量的不确定度各为多少?
- 4、什么是束缚态? 什么是定态?
- 5、不同表象之间的变换是一种什么变换? 在不同表象中不变的量有哪些?
- 6、写出 x 和 \hat{p}_x 的对易关系和不确定关系。
- 7、如果两力学量算符 \hat{A}, \hat{B} 有共同本征函数完全系, 则 $[\hat{A}, \hat{B}] = ?$
- 8、何谓简并? 指出氢原子考虑自旋和不考虑自旋情况下的简并度。
- 9、简述态叠加原理。
- 10、列举两个表明电子具有自旋属性的实验。电子自旋角动量在空间任何方向投影的值是什么?
- 11、什么是费米子? 费米子体系的波函数有什么特点?
- 12、简述全同性原理。

二、计算题 (15 分)

设氢原子的状态是 $\psi = \frac{1}{2}R_{21}(r)Y_{11}(\theta, \varphi)\chi_{1/2}(S_z) - \frac{\sqrt{3}}{2}R_{21}(r)Y_{10}(\theta, \varphi)\chi_{-1/2}(S_z)$

求轨道角动量 z 分量 \hat{l}_z , 自旋角动量 z 分量 \hat{s}_z 和轨道角动量平方 \hat{l}^2 的平均值。

三、证明题 (15 分)

若厄密算符 \hat{F} 的本征值方程为 $\hat{F}\psi = \lambda\psi$, 证明属于不同本征值 λ_k, λ_l 的本征函数 ψ_k, ψ_l 彼此正交。

四、计算题 (15 分)

设一质量为 m 的粒子在一维无限深势阱 ($0 \leq x \leq a$) 中运动,

- (1) 写出粒子在此无限深势阱中能量本征值及本征态;
- (2) 求处于基态时, 粒子的德布罗意波长以及出现在 $0 \leq x \leq a/2$ 中的概率;
- (3) 若处在态 $\psi(x) = \sqrt{\frac{8}{5a}}(1 + \cos \frac{\pi x}{a}) \sin \frac{\pi x}{a}$, 求此态中粒子能量的平均值。

五、计算题 (15 分)

氢原子处在基态 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}e^{-r/a_0}$, 求: (1) r 的平均值; (2) 电子在 $r+dr$

球壳内出现的几率以及最可几半径。 附: $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$

六、计算题 (15 分)

一电子的哈密顿算符为 $\hat{H} = \frac{eB}{\mu c} \hat{S}_x$, 其中 e, B, μ, c 为常量。

- (1) 写出电子自旋 $\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z$ 的矩阵形式;
- (2) 写出电子哈密顿算符 \hat{H} 的矩阵表达形式;
- (3) 写出哈密顿算符 \hat{H} 的本征值方程并求其本征值和本征函数。

七、计算题 (15 分)

设某体系的哈密顿量矩阵形式为 $H = \begin{pmatrix} 1 & C & 0 \\ C & 3 & 0 \\ 0 & 0 & C-2 \end{pmatrix}$, 且 $C \ll 1$ 。

- (1) 应用微扰论求哈密顿量本征值到二级近似;
- (2) 求哈密顿量的精确本征值;
- (3) 在怎样条件下, 上面二结果一致。