

2021 年硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 821 科目名称: 电磁场与电磁波 满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

注: $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} F/m$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$, $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$

一、多项选择题 (每题 4 分, 共 20 分)

- 下列物理量为矢量的有 ____。
 - A、电流密度。 B、电流。
 - C、电位。 D、电场强度。
- 平均能流密度矢量可通过 ____ 计算得到。
 - A、 $\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{S} dt$ 。 B、 $\frac{1}{T} \int_0^T (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dt$ 。
 - C、 $\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} dt$ 。 D、 $\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} dt$ 。
- 自感只与回路的 ____ 有关。
 - A、几何形状。 B、电流。
 - C、周围的磁介质。 D、温度。
- 下列说法正确的有 ____:
 - A、均匀平面波垂直进入导电媒质中传播时, 将不再是均匀平面波。
 - B、均匀平面波进入导电媒质中传播时将发生色散。
 - C、满足麦克斯韦方程的电磁波一定满足位函数方程。
 - D、满足泊松方程和同样形式的边界条件的两类物理问题, 它们的解不一定相同。
- 电磁波传播问题中 (无源区), 可能存在的平面波有 ____:
 - A、 $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_x + \sqrt{2}j\mathbf{e}_y)\exp(-j\sqrt{3}z)$ B、 $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x \sin(\pi y)\exp(-0.5z - j2z)$
 - C、 $\mathbf{E} = j\mathbf{e}_y \exp(-j\sqrt{x^2 + y^2})$ D、 $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_z + j\mathbf{e}_y)\exp(-j3z)$

二、填空题 (每空 2 分, 共 20 分)

- 静态场问题中, 分界面两侧的电位 ϕ ____ (连续、不连续); 分界面两侧的矢量磁位 A ____ (连续、不连续)。
- 体电流密度的单位是 ____ (3), 面电流密度的单位是 ____ (4), 电位移矢量的单位是 ____ (5), 磁感应强度矢量是 ____ (6)。
- 静态场问题中, 电荷是产生 ____ (7) (电场、磁场) 的源, 电流是产生 ____ (8) (电场、磁场) 的源。
- 标量场 u 的拉普拉斯运算 $\nabla^2 u$ 在直角坐标系下的计算表达式为 ____ (9)。
- 磁矢位的任意性是因为只规定了它的 ____ (10), 没有规定其散度造成的。

三、简答题 (每题 5 分, 共 20 分)

- 写出洛仑兹条件下标量电位和矢量磁位之间的关系, 并且阐述其意义。
- 请推证无源区波动方程的表达形式, 设媒质是线性、各向同性且无损耗的均匀媒质。
- 什么是时变电磁场的唯一性定理? 它有何重要意义。
- 请简述波阵面、平面波、均匀平面波的定义。

四、(20 分) 证明: 一个点电荷 q ($z=d$) 与无限大接地导体平面 ($z=0$) 距离为 d , 如果把它缓慢移到无穷远处 ($z=\infty$), 需要做的功大小为 $-\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 d}$ 。

五、(10 分) 有一均匀平面波的电场强度矢量为 $\mathbf{E} = (2\mathbf{e}_x + 3j\mathbf{e}_y)e^{-jkz}$, 证明可将其分解为两个旋向相反的圆极化波。

六、(10 分) 均匀平面波的电场振幅为 $E_m = 100V/m$, 从空气中垂直入射到无损耗媒质平面上 (媒质的 $\sigma_2 = 0, \epsilon_{r2}, \mu_{r2} = 1$), 求反射波与透射波的电场振幅。

七、(每小题 3 分, 15 分) 判断下列波的极化情况 (说明是: 线极化, 圆极化还是椭圆极化, 如果是圆极化或椭圆极化请说明是左旋还是右旋)

- $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z)\sqrt{10} \cos(2 \times 10^6 \pi t + 3x - y - z)$
- $\mathbf{E} = (j\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y)e^{j10z}$
- $\mathbf{E} = (3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y - j5\mathbf{e}_z)e^{-j(8x-6y)\pi}$

$$(4) \mathbf{E} = (3\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y)e^{-j2 \times 10^5 z}$$

$$(5) \mathbf{E} = \mathbf{e}_x 2 \times 10^{-4} \cos(\pi \times 10^6 t - \frac{\pi}{3} z + \frac{\pi}{2}) + \mathbf{e}_y 10^{-4} \cos(\pi \times 10^6 t - \frac{\pi}{3} z)$$

八、(15分) 已知自由空间传播的均匀平面波的磁场强度为

$$\mathbf{H} = \left(\mathbf{e}_x \frac{3}{2} + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z \right) 10^{-6} \cos \left[\omega t - \pi \left(-x + y + \frac{1}{2} z \right) \right] (\text{A/m})$$

试求：(1) 波的传播方向；(2) 波的频率和波长；(3) 与 \mathbf{H} 相伴的电场 \mathbf{E} ；(4) 平均坡印廷矢量。

九、(20分) 自由空间中，存在标量电位 $\varphi = x(z - ct)$ (V) 以及矢量磁位

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_z x \left(\frac{z}{c} - t \right) (\text{Wb/m}), \text{ 其中 } c \text{ 为光速。 (1) 验证 } \varphi \text{ 满足无源区达朗贝尔方程 (2)}$$

求 \mathbf{H} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{E} 、 \mathbf{D} (3) 验证电磁场满足无源区麦克斯韦方程组。